

# SPH 法の概念を用いた接合部の静的極限解析手法の開発ならびに

## 定量的評価指標に関する研究

宗本 理<sup>1</sup>, 園田 佳巨<sup>2</sup>

<sup>1</sup>愛知工業大学 工学部 土木工学科 <sup>2</sup>九州大学大学院 工学府 社会基盤部門

近年、土木構造物は性能照査型設計の過渡期を迎えるとともに、笹子トンネル天井板崩落事故で課題とされた接合部の維持管理方法の見直しが求められている。そこで、孔あき鋼板ジベル (PBL) に着目し、大変形解析が容易である SPH 法 (粒子法) による PBL の影響要因について検討した。具体的には、動的問題を主体とした時間に依存した手法である SPH 法の計算時間の浪費に対する改良を行い、ジベル孔の配置に関する実験・解析を実施した。

### 1. はじめに

近年、土木構造物は性能照査型設計の過渡期を迎えるとともに、笹子トンネル天井板崩落事故で課題とされた接合部の維持管理方法の見直しが求められている。また設計時に想定していない破壊事象が接合部で生じるケースも既往の研究から確認されている<sup>1), 2)</sup>。そこで、複合構造のずれ止めとして橋梁だけでなく地下構造物にも近年適用されている孔あき鋼板ジベル (以下、PBL と称す) に着目した。有孔鋼板にコンクリートを充填させて鉄筋を貫通させることで、高いせん断抵抗が得られることが PBL の特徴として挙げられる。PBL に関する既往の研究では孔径、貫通鉄筋の有無、材料強度、底面摩擦などにより、耐荷力が変化することが数多くの押抜き試験から確認されており、それらのパラメータに基づく有用な設計式を提案されている<sup>3), 4), 5)</sup>。しかし、これらの設計式は孔内部のコンクリートが先行破壊することを前提とした孔の設計耐荷力で、適用範囲がそれぞれ限定されている。また有孔鋼板周辺のコンクリートが限定される場合には、孔の設計耐荷力に達するまでに周辺コンクリートに割裂によるひび割れが生じて終局耐力に至るケースも報告されている。

一方、PBL に関する解析的研究に関しては、PBL 全体を実験に基づくバネモデルに置換した解析などは実施されているものの、PBL 接合部を局所的にモデル化して解析を実施している既往の研究は実験に比べて少ないのが現状である。PBL の破壊性状では、孔内部のコンクリートが二面せん断破壊する事象が一般的で、有孔鋼板周辺のコンクリートと分離する破壊が生じる。固体問題に対する解析手法として、昔から

幅広い分野で適用されており、固体問題の解析精度が保証されている有限要素法 (以下、FEM と称す) が代表的である。しかし、FEM は要素間の結合と形状関数による変位場の内挿を前提に定式化された手法であるため、分離するような現象には本質的にあまり適していないことも PBL に関する既往の解析的研究が少ない理由の 1 つとして考えられる。著者らは、一般的な FEM と流体分野や航空宇宙の分野で使用されてきたフリーメッシュ法である粒子法 (以下、SPH 法と称す) を用いて、PBL の耐荷性能評価に関する研究をこれまで実施してきた<sup>6), 7)</sup>。その結果、PBL への適用に対する SPH 法の有用性が認められた。しかし、SPH 法は動的問題を主体とした時間に依存した手法であるため、より静的な解析を実施するためには多大な計算時間を要するとともに、粒子数の問題により解析対象が限定される。そのため、SPH 法を用いて任意の PBL 接合部の静的解析を現実的な時間で評価するための改良・工夫が必要と思われる。

以上の背景を踏まえて、本研究では解析時間に関する SPH 法の改良を行うと同時に、ジベル孔の配列方向と自由端からの縁端距離に関する実験を実施した。具体的には、有孔鋼板周辺のモルタル寸法は変えず荷重方向に対する孔の配列方向や自由端からの縁端距離を変化させた PBL の押抜きせん断試験を行った。最後に、改良した SPH 法による実験のシミュレーションを行い、実験結果と比較・考察した上で PBL 接合部の耐荷性能に与える影響について検討した。

## 2. 有孔鋼板周辺コンクリートの要因効果に関する実験

### 2.1 実験概要

本実験では荷重方向に対するジベル孔の配列方向や自由端からの縁端距離が PBL 接合部の耐荷性能に与える影響について把握することを目的とし、図-1 に示す方法で PBL の押抜きせん断試験を実施した。本実験では門型フレームにロードセル（最大 50tf）と油圧ジャッキ（最大 50tf）を取り付け、変位制御（速度：0.056mm/s）することで静的押抜きせん断試験とした。なお、有孔鋼板の変位は事前解析により鋼板が降伏しないことを前提に、変位計を鋼板底面に配置することで計測した。さらに、L 型鋼板と鋼板の偏心防止用ガイドレールを供試体周りに配置することで、供試体の移動および荷重による鋼板の偏心を抑制した。またこれらと供試体間にグリースを塗布することによって摩擦を除去した。

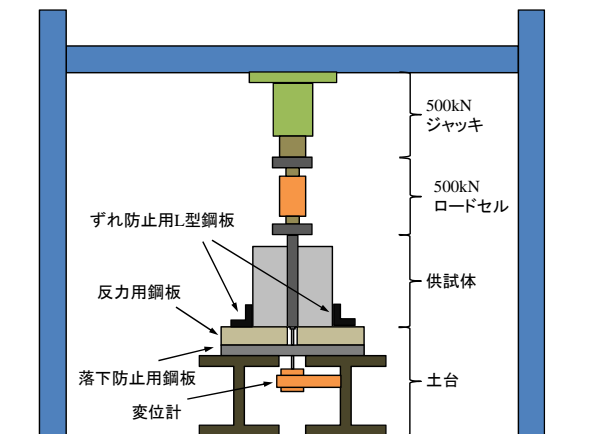


図-1 PBL の静的押抜き試験方法

### 2.2 供試体概要

本実験では粗骨材が PBL の耐荷性能に与える影響を除くため、モルタルによる PBL 供試体を作製した。ジベル孔に対する影響を把握するため、供試体は有孔鋼板をモルタル母材 2 つで挟んだ形状となっており、ジベル孔のみで結合した試験体である。鋼板の寸法は幅 330mm、高さ 390mm、厚み 16mm で直径 30mm のジベル孔を有している。一方、モルタル 1 つの寸法は幅 330mm、高さ 330mm、奥行き 204mm である。なお、有孔鋼板とモルタル間はグリースを塗布することで付着を除去した。各種材料試験から求めた各材料諸元を表-1 に示す。

次に、ジベル孔の配置パターンを図-2 に示す。Case1,2 ではジベル孔のモルタルからの縁端距離が異なっており、Case3,4 では荷重方向

表-1 材料定数

	モルタル	鋼板 SS400
弾性係数 (kN/mm <sup>2</sup> )	18.9	200
降伏強度 (N/mm <sup>2</sup> )	— (圧縮強度:24.1)	305
引張強度 (N/mm <sup>2</sup> )	2.1	445
ポアソン比	0.2	0.3

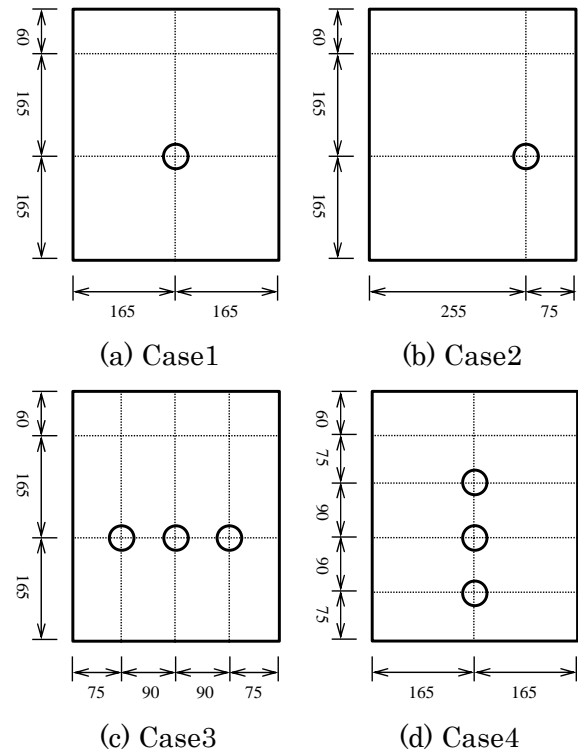
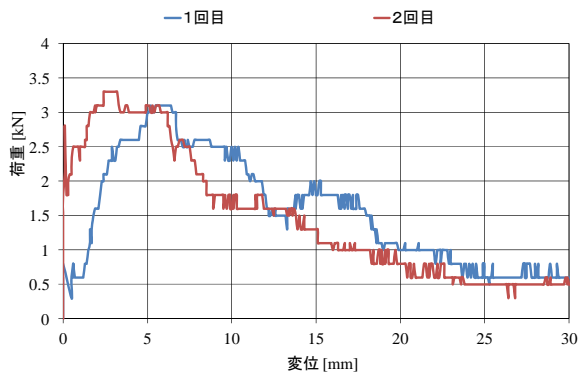


図-2 ジベル孔の配置パターン（鋼板表示）

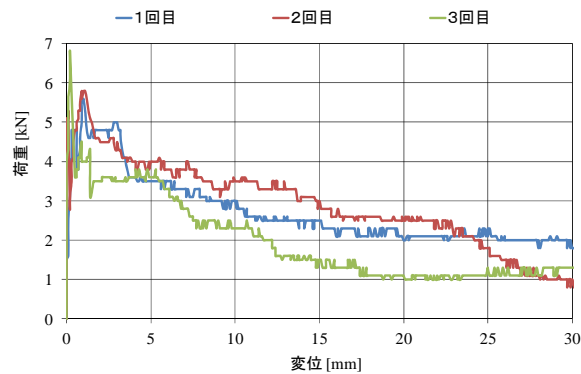
に対してジベル孔の配列方向が異なるケースとなっている。これら各ケースで 3 体ごと供試体を準備した。

### 2.3 試験結果

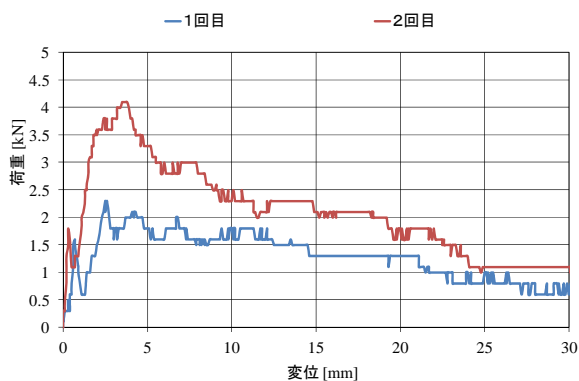
まず、自由端からジベル孔までの縁端距離が PBL の耐荷性能に与える影響について把握するため、Case1 と 2 における鋼板に生じる荷重-変位の関係を図-3 に示す。なお、これらは荷重試験前に破壊した供試体が存在したため、各供試体は 2 種類となっている。これらの図から、(a)の Case1 では荷重の立ち上がりに関しては 1 回目と 2 回目で異なっているものの、最大荷重およびその後の荷重の低下に関しては概ね同様であることが確認できる。一方で、Case2 では 1 回目と 2 回目で明らかに異なる波形が得



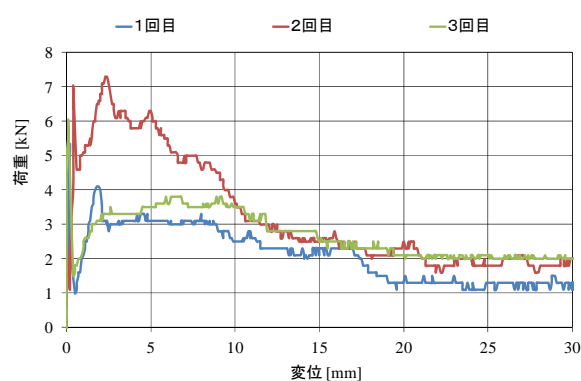
(a) Case1



(a) Case3



(b) Case2



(b) Case4

図-3 自由端からの縁端距離による影響

図-4 ジベル孔の配列方向による影響

られていることが分かる。これは1回目の供試体はモルタルを打設する際に有孔鋼板が底面に対して垂直に入っておらず、少し傾いていたことが原因と思われる。一方で、2回目の供試体では載荷する際に鋼板が偏心することで鋼板とガイドレール間に摩擦が生じて荷重がCase1に比べて高くなったと考えられる。以上の事から、Case2においては再度試験方法も含めて検討し直す必要があることが認められた。

次に、載荷方向に対するジベル孔の配列方向の影響についてCase3とCase4で比較したものを図-4に示す。これらの図より、(a)のCase3では全ケースで概ね最大荷重6kN程度に達して荷重がなだらかに低下しているのに対し、(b)のCase4では2回目のケースの除き、最大荷重6kN程度に達した後、急速に荷重が低下して再度荷重が増加していることが確認できる。これは載荷方向に対して縦にジベル孔を配列させたCase3では上段のジベル孔から鋼板の力が伝達していくため、ジベル孔のせん断破壊が生じる時期が各段で異なり、ジベル孔とモルタル母材間で摩擦力が発生するために荷重がなだらかに減少するものと考えられる。一方で、載荷方向に対して並列にジベル孔を配置したCase4では、

まず各ジベル孔のせん断破壊が同時に起きるために荷重が一旦急速に低下し、その後摩擦が生じることで荷重が増加したものと思われる。(b)の2回目に関しては、モルタル周辺の治具による拘束圧が他のケースと比較して高かった事が原因で、他のケースと異なるPBLの耐荷性能が得られたものと思われる。また、ジベル孔1個のCase1とCase3,4を比較すると、Case1では最大荷重平均が約3.2kNに対してジベル孔3個のCase3,4では約6.3kNと概ね2倍程度の荷重しか得られておらず、設計ではPBLの耐力がジベル孔数に比例する設計とは異なる結果が得られていることが認められる。この原因として、本実験では有孔鋼板およびモルタルの寸法は一切変えずに、ジベル孔数のみを変えているため、供試体を固定していた治具に生じる力がジベル孔数1個と3個の場合で明らかに異なっていることが挙げられる。つまり、複数個のジベル孔を有するPBLの場合には1個当たりのPBLの荷重を得るために、ジベル孔数に合わせて鋼板やモルタル母材の寸法を変化させることが重要であると思われる。

### 3. SPH 法による解析

#### 3.1 SPH 法の概要

SPH 法は、粒子により物体を離散化するため、解析初期に設定した粒子間の結合条件を修正することで、粒子間の相互作用を制御でき、分離やすべりなどの大変形解析が有限要素法に比べて容易である。SPH 法は各粒子の未知物理量を、式(1)に示す Kernel 関数による重み付き平均を用いて評価する。

$$f(x) \approx \int f(x')W(x-x',h)dx' \quad (1)$$

ここに、 $f(x)$  : 任意の未知物理量、 $W(x-x',h)$  :

Kernel 関数、 $h$  : 影響半径、 $x$  : 評価対象の粒子座標、 $x'$  : 評価対象以外の粒子座標である。なお、Kernel 関数  $W$  には Spline 関数を適用した。SPH 法では、評価対象粒子から影響半径  $h$  の領域積分を、影響半径内に存在する粒子の値を合算することで近似を行う。SPH 法による近似の概念について図-5 に示す。

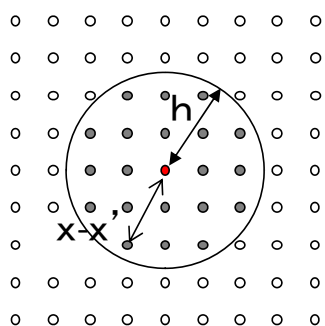


図-5 SPH 法による近似の概念

#### 3.2 疑似的な静的解析

##### (1) 解析概要

SPH 法はこれまで時間を扱う動的解析に特化した離散化手法として使用されてきた。よって、時間を無視できる静的問題に疑似的に近づけるためには、加速度の影響を小さくするために多大な解析時間を要する。

そこで、動的解析の場合と同等の計算時間で、疑似的な静的問題を解決するための検討を実施した。具体的には、材料の密度を増加させるとともに、運動方程式から求められる粒子の加速度を強制的に減少させることで、解析の時間増分を大きくしても Courant 条件<sup>8)</sup>(所定の条件を満足するように、解析の時間増分を極めて小さくしなければならない)を満足できる簡易的な方法を試みた。なお、密度の影響が他の物理量

に影響を与えて解析結果自体が変化しないように配慮した。

##### (2) 解析対象および材料特性

ここでは理論に基づく厳密解と比較を行うため、図-6 に示すような片持ち梁を解析対象とした。対象とした梁は長軸方向に長さ 500mm、はり高さおよび奥行き方向に 100mm とした片持ち梁で、自由端上縁に荷重 600kN を作用させた。離散化に関して、粒子の直径を 10mm でモデル化した。本検討は(1)で述べたように疑似的な静的解析に対する SPH 法の妥当性の確認を目的とし、表-2 に示す密度と時間増分を変化させた 2 種類の解析ケースを実施した。なお、これらの解析はまず理論値が存在する弾性解析を行い、次に弾塑性解析による影響について 2 種類の解析で比較した。荷重ケースを図-7 に示す。各解析で解析時間が異なるため、弾性解析では最大荷重 1.5kN、弾塑性解析では 600kN に達するまでの時刻を解析時間の 1/10 と設定した。

材料特性はヤング率を  $2.06 \times 10^5$ (N/mm<sup>2</sup>)、ポアソン比を 0.3 の鋼材と仮定しており、von Mises の降伏条件を適用した。弾塑性解析の場合には硬化(初期剛性の 1/100)を仮定し、簡易なバイリニア型の等方硬化則を適用した。

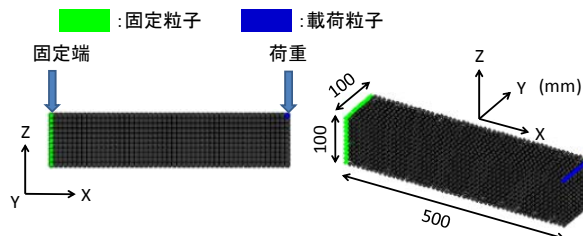


図-6 解析モデル

表-2 解析ケース

	Case1	Case2
密度(kg/m <sup>3</sup> )	7850	785000
時間増分(s)	3.0E-7	3.0E-6
解析時間(s)	0.1	1.0

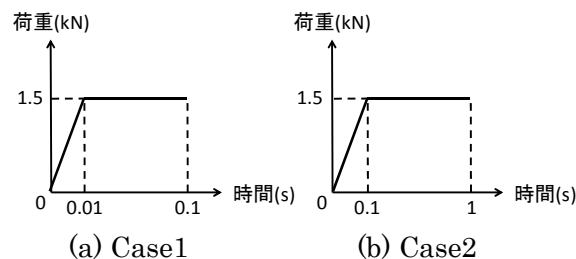
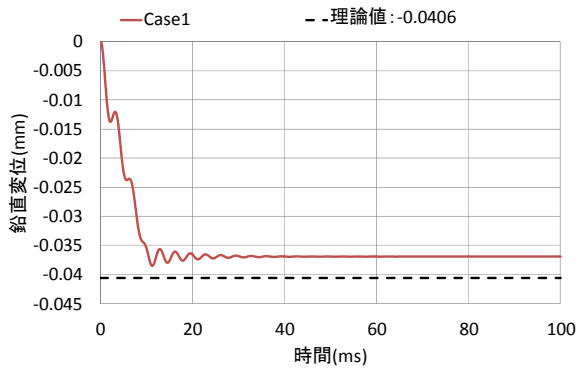
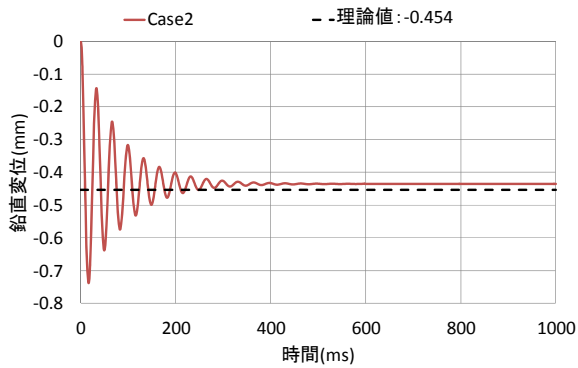


図-7 荷重ケース (弾性解析の場合)

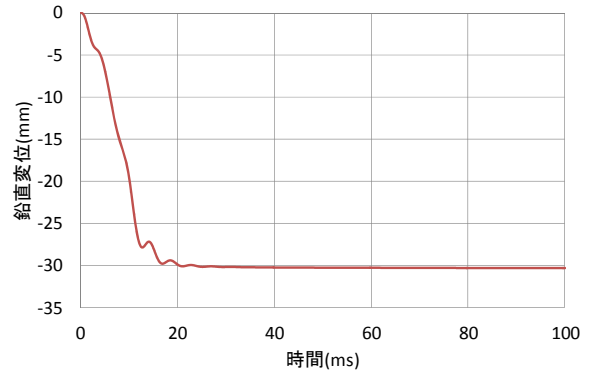


(a) Case1

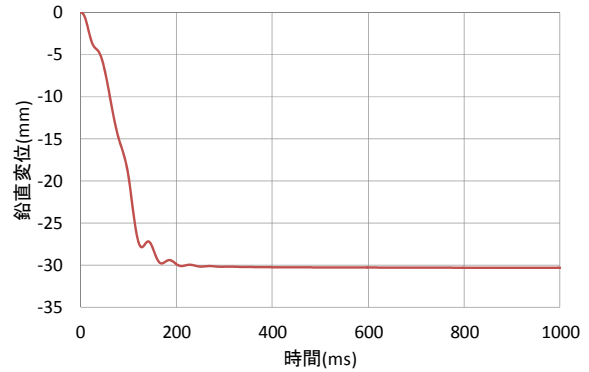


(b) Case2

図-8 弾性解析による変位応答波形と理論値



(a) Case1



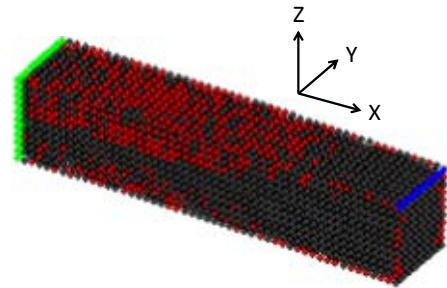
(b) Case2

図-9 塑性解析による変位応答波形

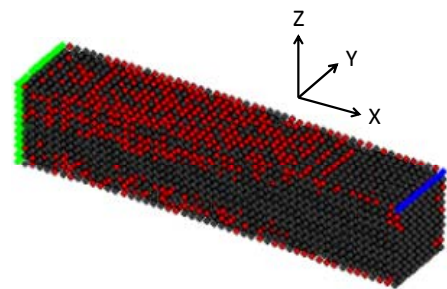
### (3) 解析結果

まず、弾性解析による結果について荷重点側における鉛直方向中央の粒子の変位応答波形と理論値を各ケース別に図-8 に示す。なお、理論値は片持ち梁の初等梁理論に基づいて算出した値である。これらの図より、Case1 と理論値では約 8%、Case2 と理論値では約 4.4%の乖離が見られたが、密度と時間増分ともに増加させても解析精度の低下は生じていないことが認められた。次に、弾塑性解析における各ケースの変位応答波形を図-9 に示す。これらの図からも確認できるように、解析時間に対して 1/10 の時間帯 (Case1 では約 20ms, Case2 では約 200ms) で最大変位を迎えており、その値も両者で約 30mm とほぼ等しい結果が得られていることがわかる。さらに、各ケースにおいて入力荷重の最大時 (Case1 では 10ms, Case2 では 100ms) の片持ち梁の塑性状況を図-10 に示す。なお、この図中には塑性判定した粒子を赤色で表示している。これらの図より各ケースで塑性領域を比較すると、塑性している粒子は Case1 と 2 で多少異なるが、塑性領域は概ね一致していることがわかる。

以上の結果から、密度と時間増分を増加させ



(a) Case1



(b) Case2

図-10 最大入力荷重時における塑性領域

る簡易な方法を用いることで、時間短縮を考慮した SPH 法による疑似静的極限解析の妥当性が確認できた。



### 3.3 PBLを対象とした解析

#### (1) 解析概要

ここでは、3.2節で検討したSPH法の疑似静的極限解析を用いて2章のPBL押抜きシミュレーションを実施した。試験体の概要は2章で示しているので、割愛する。解析モデルについて、対称性を考慮した1/2モデルとし、孔あき鋼板およびジベル孔内部のモルタルの粒子直径は2mm、その他のモルタル部材の直径は6mmで離散化を行った。荷重条件では鋼板上部粒子に0.5mm/sの一定速度を与えることで鋼板を押し抜いた。境界条件では、対称性を考慮した1/2モデルであるため、対称面上の粒子における対称方向の変位を固定した。さらに実験の条件と同様に、モルタル底面粒子の鉛直方向を固定した。なお、鋼板とモルタルの付着は実験と同様に考慮していない。

#### (2) 材料特性モデル

著者らは、既にPBLの破壊であるせん断破壊と圧縮破壊が生じるモルタルの力学モデル<sup>8)</sup>を提案している。具体的には、静水圧に基づくパラメータを設定することで、モルタルのせん断破壊と圧縮破壊を適切に区分・評価できることを確認している。モルタルの降伏条件には、図-11に示す圧力依存性を考慮したDrucker-Pragerモデルを適用し、PBL孔内部のモルタルの圧縮破壊を考慮するため、引張破壊面と圧縮破壊面を個々に設けた。ここで、 $I_1$ は静水圧、 $I_1^t$ は引張強度から換算した静水圧、 $I_1^c$ は体積塑性ひずみに依存した降伏関数、 $J_2$ は偏差応力の2次不変量である。この提案モデルに対して、圧縮破壊面における静水圧 $I_1^c$ や圧縮力による剛性の低下、さらに圧縮軟化等を表現可能な材料特性値を決定するため、既往の3軸圧縮試験による単軸圧縮応力-ひずみ関係を用いて各パラメータの同定を既に行っている<sup>8),9)</sup>。本研究でも、これらの過去の知見を利用してPBLの耐荷性に関するSPH法を用いた解析を実施した。

モルタルと鋼材の単軸応力時の応力-ひずみ関係を図-12に示す。モルタルに関して、引張領域では引張強度以降に軟化を仮定しており、終局ひずみを引張破壊エネルギーと最大要素長から10000 $\mu$ と設定した。圧縮域では降伏強度以降の応力増加は見込まず、静水圧の状況に応じて終局ひずみ $\epsilon_{limit}^c$ を変化させることで圧縮破壊を表現した。提案モデルの詳細は参考文献9)を参照されたい。一方、鋼材の応力-ひず

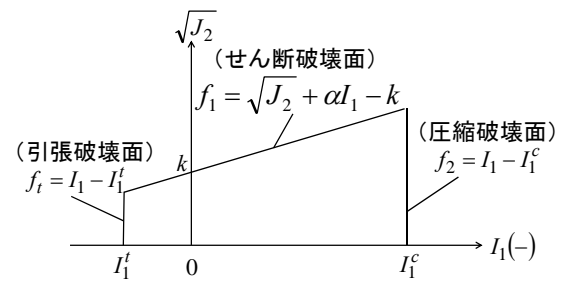
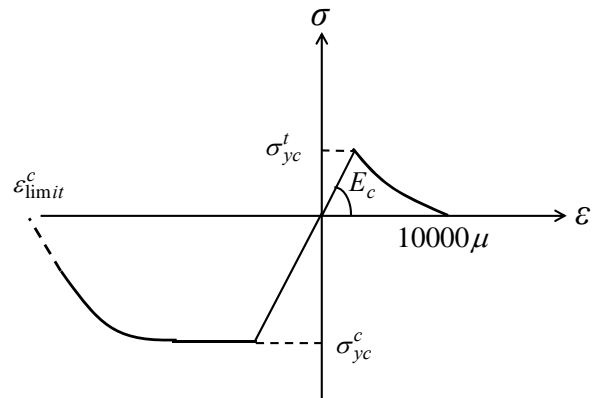
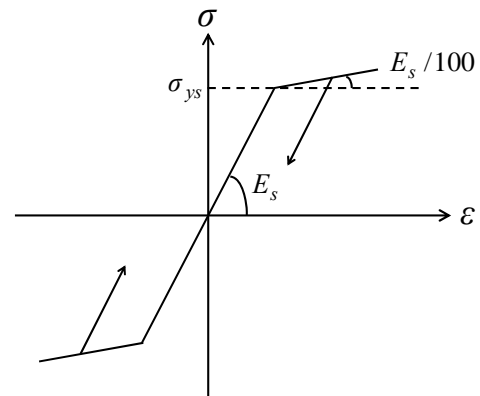


図-11 修正 Drucker-Prager モデル



(a) モルタル



(b) 鋼材

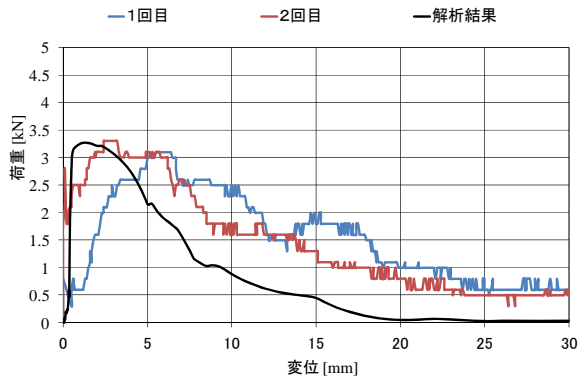
図-12 単軸応力時の応力-ひずみ関係

み関係には、一般的な Von Mises の降伏条件を仮定しており、バイリニア型の等方硬化則（初期剛性の1/100）を適用した。

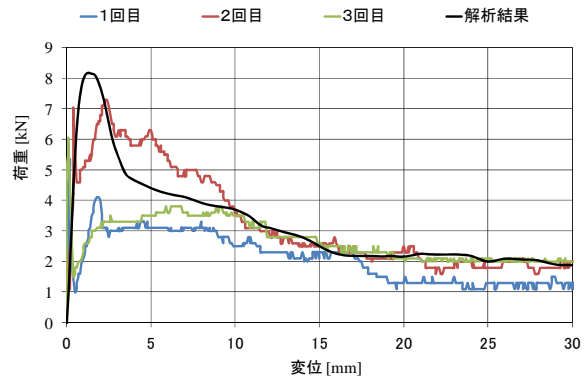
#### (3) 解析結果

自由端からの縁端距離による影響および実験結果と比較するため、図-2に示すCase1,2における荷重-鋼板変位の関係を比較したものを図-13に示す。さらに、ジベル孔の配列方向による影響について比較するため、図-13と同様に実験と比較したものを図-14に示す。

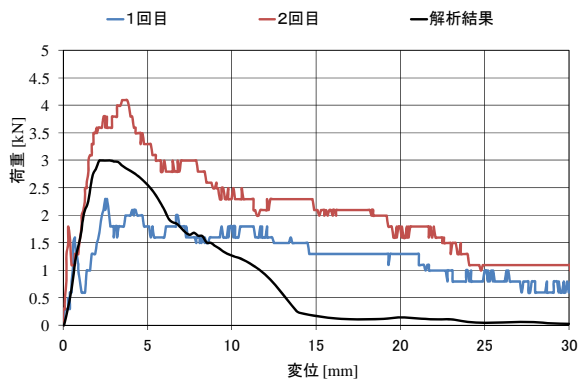
まず図-13(a)について実験と解析で比較すると、最大荷重は実験と解析で約3.2kNとほぼ等しい値が得られていることが確認できる。最



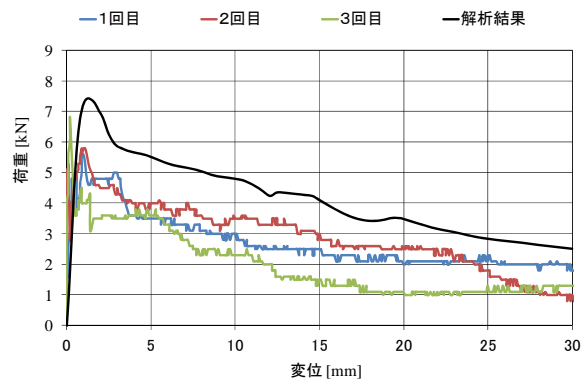
(a) Case1



(a) Case3



(b) Case2



(b) Case4

図-13 自由端からの縁端距離による影響

図-14 ジベル孔の配列方向による影響

大荷重後の勾配を両者で比較すると、実験では鋼板の変位が約 20mm で 2.5kN 減少しているのに対して解析では約 18mm で約 3kN 減少しているため、解析の方が荷重の減少勾配が大きいことが分かる。この原因の 1 つとして、ジベル孔がせん断破壊した後、ジベル孔内部のモルタルと母材側のモルタルの摩擦条件が解析と実験で異なっていることが挙げられる。次に、図-13(b)について実験と解析で比較すると、最大荷重までの立ち上がりの荷重勾配は両者で概ね近い結果が得られている。しかし、実験では 2 章で述べたように有孔鋼板の傾きや偏心の影響により異なる結果が得られているため、実験を再度検討し、比較する必要がある。また、図-13 で Case1 と Case2 の解析結果を比較すると、最大荷重がほぼ等しいのに対して、最大荷重までの荷重勾配が顕著に異なっていることが確認できる。これは、有孔鋼板を押抜く際に Case2 では有孔鋼板の重心から遠いことが原因として考えられる。さらに、最大荷重後の荷重勾配を両者で比較すると、Case2 は Case1 に比べて十分に周辺のコンクリートが存在していないため、荷重の減少が Case1 に比べて大きい結果になったと思われる。

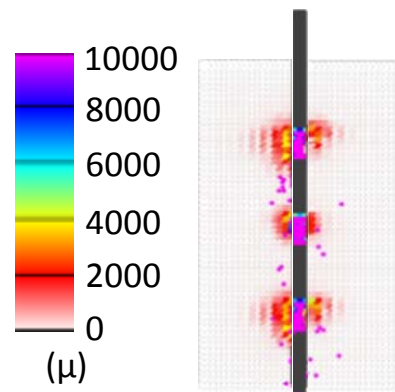


図-15 Case4 における各孔の主ひずみ分布

次に、ジベル孔の配列方向による影響について実験と解析で比較した図-14 に関して考察する。(a)について両者で比較すると、最大荷重は解析の方が実験に比べて約 1.3 倍大きい、最大荷重後に荷重が一旦急激に低下する傾向は両者で一致していることが分かる。最大荷重時の有孔鋼板の変位量が実験と解析で異なっているが、これは解析では粒子の離散化問題により、有孔鋼板粒子とジベル孔内部のモルタル粒子間およびジベル孔内部のモルタル粒子とジベル孔以外のモルタル粒子間でギャップが存在してい

ることが影響しているものと思われる。一方で (b) についても実験と解析で比較すると、(a) と同様に最大荷重は実験に比べて解析の方が大きい結果が得られた。しかし、最大荷重後の荷重の減少勾配について、実験・解析ともに鋼板の変位が 23mm 程度で約 3kN 減少しており、両者で概ね一致していることが確認できる。最後に、図-14(a)と(b)で解析結果について比較すると、ジベル孔を載荷方向に対して並列に配置した Case3 は載荷方向に対してジベル孔を直列に 3 段配置した Case4 に比べて最大荷重が大きいとともに、最大荷重後の荷重の減少度合いも大きいことが明らかである。ここで、Case4 におけるモルタルの最大主ひずみ分布を図-15 に示す。この図中にはひび割れが想定される領域をピンク色で表示しており、飛散した粒子も存在している。Case3 ではジベル孔のせん断破壊がほぼ同時に起きるのに対して、この図からも分かるように Case4 では各ジベルに作用する荷重が異なるためにせん断破壊が生じる時間も異なることが想定できる。よって、Case3 と Case4 で異なる耐荷性能が得られたものと思われる。

#### 4. おわりに

本研究で得られた成果を以下に示す。

- (1) ジベル孔の自由端からの縁端距離に関する実験では、自由端からの縁端距離が近いケースでは有孔鋼板が偏心することから実験結果が安定しないため、今後再検討が必要である。
- (2) 載荷方向に対するジベル孔の配列方向による影響に関する実験では、最大荷重に違いは見られなかったのに対し、最大荷重後の荷重の減少傾向は載荷方向に対して縦に配列させたケースの方が横に配列させたケースよりもなだらかであることが認められた。
- (3) 密度と時間増分を増加させる簡易な方法により、時間短縮を考慮した SPH 法による疑似静的極限解析の妥当性について確認した。
- (4) SPH 法によるジベル孔の自由端からの縁端距離の影響について、最大荷重への影響は小さいのに対して、最大荷重までの立ち上がり剛性には大きな違いが見られた。実験と解析で比較すると、ジベル孔が中心に存在するケースでは実験の最大荷重を良好に評価できていることを確認した。
- (5) SPH 法による載荷方向に対するジベル孔の配列方向の影響について、最大荷重は載荷方向に対して並列にジベル孔を配置したケースの方が直列に配置したケースよりも約 1.2

倍大きい結果が得られた。また最大荷重後の荷重勾配については、ジベル孔の破壊が生じる時期が各孔で異なる直列に配置したケースはジベル孔のせん断破壊が各孔で同時に生じる並列に配置したケースに比べてなだらかであることが実験と同様に明らかとなった。実験と解析で比較すると、最大荷重には両者で相違が見られたが、定性的な傾向は同様の結果が得られた。

- (6) ジベル孔がせん断破壊した後、せん断破壊したモルタルと母材側のモルタルとの摩擦状態に関する SPH 法による処理について今後検討していく必要がある。

#### 参考文献

- 1) 東日本大震災コンクリート委員会・構造工学委員会合同調査団一次調査報告 (速報版), コンクリート委員会・構造工学委員会, 2011.4
- 2) 興石正己他: 孔あき鋼板ジベルの実験結果及び設計式に関して (清水建設 (株)・東急建設 (株) 共同企業体), 平成 25 年 10 月
- 3) 土木学会: 2009 年制定 複合構造標準示方書, 2009.12
- 4) 保坂鐵矢, 光木香, 平城弘一, 牛島祥貴, 橘吉宏, 渡辺滉: 孔あき鋼板ジベルのせん断特性に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.46A, pp.1593-1604, 2000.3
- 5) 藤井堅, 岩崎初美, 深田和宏, 豊田正, 藤村伸智: 孔あき鋼板ジベルの終局ずれ挙動とコンクリート拘束因子, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.2, 502-512, 2008.6
- 6) 宗本理, 園田佳巨: PBL 接合部の耐荷性評価法に関する基礎的研究, 構造工学論文集, Vol.60A, pp.838-847, 2014
- 7) 宗本理, 園田佳巨, 興石正己: 3次元弾塑性 FEM を用いた孔あき鋼板ジベルの耐力評価に関する一考察, コンクリート工学年次講演会論文集, Vol.35, No.2, pp1243-1248, 2013
- 8) Benson, D.J.: Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 99, pp.235-394, 1992